



## UTTARAKHAND OPEN UNIVERSITY, HALDWANI (NAINITAL)

उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय, हल्द्वानी (नैनीताल)

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

(MATHEMATICS)

ASSIGNMENT-FIRST YEAR

Last Date of Submission: 15 May 2015

जमा करने की अन्तिम तिथि: 15 May 2015

Course Title: Calculus &amp; Differential Equation

Course Code: MT 02

(कलन एवं अवकल समीकरण)

Year: 2014-15

Maximum Marks : 20

## Section 'A'

## भाग क

Section 'A' contains 08 short answer type questions of 2.5 marks each. Learners are required to answer 4 questions only. Answers of short answer-type questions must be restricted to 250 words approximately.

भाग क में आठ लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, इनमें से केवल चार प्रश्नों के उत्तर देने हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए 5 अंक निर्धारित हैं तथा प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए।

## Attempt any four questions:

कुल चार प्रश्न हल कीजिए:

1. If  $x$  is positive then test the convergence of series

$$\frac{2}{3}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 x^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^3 x^3 + \left(\frac{5}{6}\right)^4 x^4 + \dots$$

यदि  $x$  धनात्मक है, तो श्रेणी

$$\frac{2}{3}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 x^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^3 x^3 + \left(\frac{5}{6}\right)^4 x^4 + \dots \text{के अभिसरण का परीक्षण कीजिए।}$$

2. If  $f(x) = f(0) + xf'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(\theta x)$  find the value of  $\theta$  as  $x$  tends to 1  $f(x)$  being  $(1-x)^{5/2}$

यदि  $f(x) = f(0) + xf'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(\theta x)$  यदि  $x \rightarrow 1$  तब  $\theta$  का मान ज्ञात कीजिए जहाँ  $f(x) = (1-x)^{5/2}$ .

3. Find Maxima and Minima of the function  $x^2 + y^2$ , if  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ .

$x^2 + y^2$  फलन का उच्चिपट तथा निम्निपट मान ज्ञात कीजिए, यदि  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ .

4. Find asymptote of

$$(2x - 3y + 1)^2 (x + y) = 8x - 2y + 9$$

निम्न वक्र के अन्ततस्पर्शी ज्ञात करो।

$$(2x - 3y + 1)^2 (x + y) = 8x - 2y + 9$$

5. If length of arc from vertex  $(0, c)$  to  $(x, y)$  is  $s$  for catenary  $y = c \cosh \frac{x}{c}$  then show that (i)  $s = c \sinh \frac{x}{c}$  (ii)  $s^2 = y^2 - c^2$

यदि कैटिनरी  $y = c \cosh \frac{x}{c}$  के शीर्ष  $(0, c)$  से किसी बिन्दु  $(x, y)$  तक चाप की लम्बाई  $s$  हो तो सिद्ध कीजिए (i)  $s = c \sinh \frac{x}{c}$  (ii)  $s^2 = y^2 - c^2$

6. By changing to polar find  $\int_0^a \int_y^a \frac{x dx dy}{x^2 + y^2}$

निम्न समाकलन को ध्रुवी निर्देशांको में परिवर्तन कर मान ज्ञात कीजिए  $\int_0^a \int_y^a \frac{x dx dy}{x^2 + y^2}$

7. Find volume between co-ordinate planes and plane  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

निर्देशी तलों एवं समतल  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$  से घिरे हुए भाग का आयतन ज्ञात कीजिये।

8. Solve the differential equation

$$x \sin \frac{y}{x} \frac{dy}{dx} = y \sin \frac{y}{x} - x$$

निम्नलिखित अवकलन समीकरणों को हल कीजिए।

$$x \sin \frac{y}{x} \frac{dy}{dx} = y \sin \frac{y}{x} - x$$

## Section 'B'

## भाग ख

• Section 'B' contains 04 long answer-type questions of 05 marks each. Learners are required to answers 02 questions only.

भाग ख में चार दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं इनमें से केवल दो प्रश्नों के उत्तर देने हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए 10 अंक निर्धारित हैं।

1. Prove that for parabola  $y^2=4ax$  radius of curvature at any point P is twice the part of the normal intercepted between the curve and the directrix.

सिद्ध करो कि परवलय  $y^2=4ax$  के किसी बिन्दु P पर वक्रता त्रिज्या वक्र तथा नियता के मध्य अभिलंब की लम्बाई की दुगुनी होती है।

2. If  $z = xy f\left(\frac{y}{x}\right)$  show that  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 2z$  and if z is a constant, then

$$\frac{f'\left(\frac{y}{x}\right)}{f\left(\frac{y}{x}\right)} = \frac{x(y+x \frac{dy}{dx})}{y(y-x \frac{dy}{dx})}$$

यदि  $z = xy f\left(\frac{y}{x}\right)$  दर्शाएँ कि  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 2z$

यदि z नियत है तब  $\frac{f'\left(\frac{y}{x}\right)}{f\left(\frac{y}{x}\right)} = \frac{x(y+x \frac{dy}{dx})}{y(y-x \frac{dy}{dx})}$

3. Discuss the maxima, minima of the function  $u = xy + \frac{a^3}{x} + \frac{a^3}{y}$

$u = xy + \frac{a^3}{x} + \frac{a^3}{y}$  के लिये उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ को बतायें।

4. Solve the differential equation

$$[x^3y^3 + x^2y^2 + xy + 1]y dx + (x^3y^3 - x^2y^2 - xy + 1)x dy = 0$$

अवकलन समीकरण को हल करें।

$$[x^3y^3 + x^2y^2 + xy + 1]y dx + (x^3y^3 - x^2y^2 - xy + 1)x dy = 0$$